**2017年普通高等学校招生全国统一考试（全国I卷）**

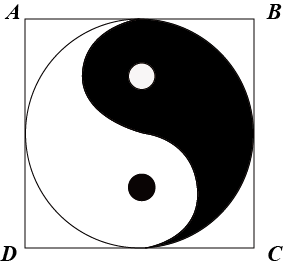
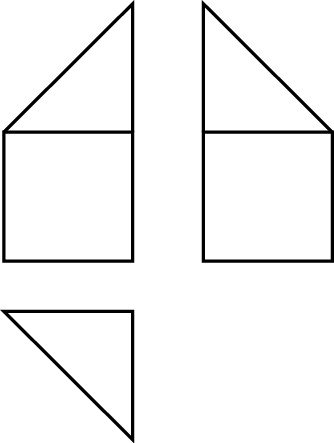
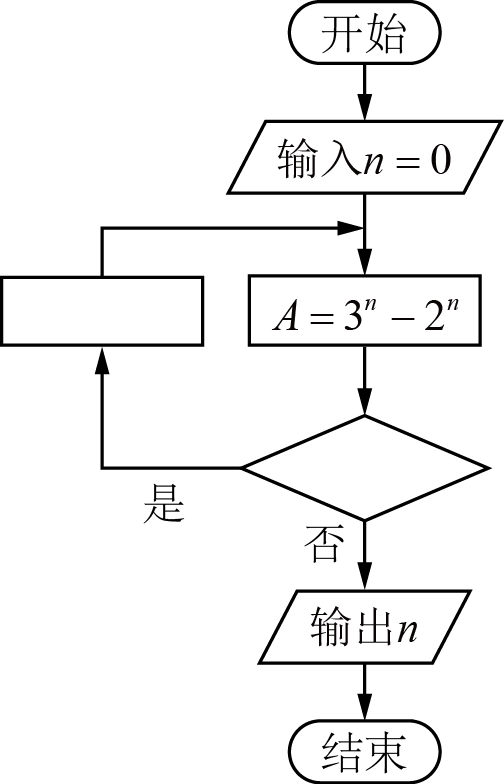
**理科数学**

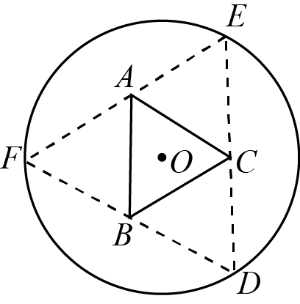
注意事项：

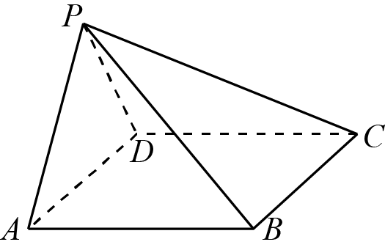
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

1. 选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。
2. 已知集合，则（）  
   A． B．  
   C． D．
3. 如图，正方形内的图形来自中国古代的太极图.正方形内切圆中的黑色部分和白色部分位于正方形的中心成中心对称，在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是（）  
      
   A． B． C． D．
4. 设有下面四个命题，则正确的是（）  
   ：若复数满足，则；  
   ：若复数满足，则；  
   ：若复数满足，则；  
   ：若复数，则．  
   A． B． C． D．
5. 记为等差数列的前项和，若，则的公差为（）  
   A．1 B．2 C．4 D．8
6. 函数在单调递减，且为奇函数．若，则满足的的取值范围是（）  
   A． B． C． D．
7. 展开式中的系数为  
   A． B． C． D．
8. 某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为，俯视图为等腰直角三角形、该多面体的各个面中有若干是梯形，这些梯形的面积之和为  
      
   A． B． C． D．
9. 右面程序框图是为了求出满足的最小偶数，那么在和两个空白框中，可以分别填入  
      
   A．和 B．和  
   C．和 D．和
10. 已知曲线，，则下面结论正确的是（）  
    A．把上各点的横坐标伸长到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移个单位长度，得到曲线  
    B．把上各点的横坐标伸长到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移个单位长度，得到曲线  
    C．把上各点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移个单位长度，得到曲线  
    D．把上各点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移个单位长度，得到曲线
11. 已知为抛物线：的交点，过作两条互相垂直，，直线与交于、两点，直线与交于，两点，的最小值为（）  
    A． B． C． D．
12. 设，，为正数，且，则（）  
    A． B． C． D．
13. 几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件，为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动，这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列，…，其中第一项是，接下来的两项是，，在接下来的三项式，，，依次类推，求满足如下条件的最小整数：且该数列的前项和为的整数幂．那么该款软件的激活码是（　　）  
    A． B． C． D．
14. 填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。
15. 已知向量，的夹角为，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_．
16. 设，满足约束条件，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_．
17. 已知双曲线，（，）的右顶点为，以为圆心，为半径作圆，圆与双曲线的一条渐近线交于，两点，若，则的离心率为\_\_\_\_\_\_\_．
18. 如图，圆形纸片的圆心为，半径为，该纸片上的等边三角形的中心为，、、为元上的点，，，分别是一，，为底边的等腰三角形，沿虚线剪开后，分别以，，为折痕折起，，，使得，，重合，得到三棱锥．当的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：）的最大值为\_\_\_\_\_\_\_．



1. 解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17-21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。  
   （一）必考题：共60分。
2. 的内角，，的对边分别为，，，已知的面积为．  
   （1）求；  
   （2）若，，求的周长．
3. （12分）  
   如图，在四棱锥中，中，且．  
      
   （1）证明：平面平面；  
   （2）若，，求二面角的余弦值．
4. （12分）  
   为了抽检某种零件的一条生产线的生产过程，实验员每天从该生产线上随机抽取16个零件，并测量其尺寸（单位：）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件的尺寸服从正态分布．  
   （1）假设生产状态正常，记表示一天内抽取的16个零件中其尺寸在之外的零件数，求及的数学期望；  
   （2）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查．  
   （）试说明上述监控生产过程方法的合理性：  
   （）下面是检验员在一天内抽取的16个零件的尺寸：  
             
             
   经计算得，，其中为抽取的第个零件的尺寸，．  
    用样本平均数作为的估计值，用样本标准差作为的估计值，利用估计值判断是否需对当天的生产过程进行检查，剔除之外的数据，用剩下的数据估计和（精确到）．  
   附：若随机变量服从正态分布,则．  
    ，．
5. （12分）已知椭圆：，四点，，，中恰有三点在椭圆上．  
   （1）求的方程；  
   （2）设直线不经过点且与相交于、两点，若直线与直线的斜率的和为，证明：过定点．
6. （12分）  
   已知函数．  
   （1）讨论的单调性；  
   （2）若有两个零点，求的取值范围．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

1. [选修4-4：坐标系与参考方程]  
   在直角坐标系中，曲线的参数方程为（为参数），直线的参数方程为（为参数）．  
   （1）若，求与的交点坐标；  
   （2）若上的点到距离的最大值为，求．
2. [选修4-5：不等式选讲]  
   已知函数．  
   （1）当时，求不等式的解集；  
   （2）若不等式的解集包含，求的取值范围．

答案及解析

1. 选择题

**1.**A

1. ，  
   ∴，，

选A

2.B

1. 设正方形边长为，则圆半径为

则正方形的面积为，圆的面积为，图中黑色部分的概率为

则此点取自黑色部分的概率为   
故选B

3.B

1. 设，则，得到，所以.故正确；  
   若，满足，而，不满足，故不正确；  
   若，，则，满足，而它们实部不相等，不是共轭复数，故不正确；  
   实数没有虚部，所以它的共轭复数是它本身，也属于实数，故正确；

4.C

1.   
     
   联立求得  
   得  
     
     
   选C

5.D

1. 因为为奇函数，所以，  
   于是等价于|  
   又在单调递减  
     
   

故选D

6.C.

1.   
   对的项系数为  
   对的项系数为，

∴的系数为  
故选C

7.B

1. 由三视图可画出立体图  
   学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!  
   该立体图平面内只有两个相同的梯形的面  
     
   

故选B

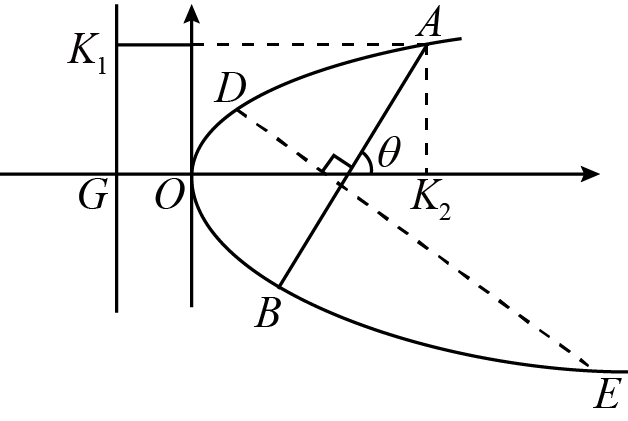
8.D

1. 因为要求大于1000时输出，且框图中在“否”时输出  
   ∴“”中不能输入  
   排除A、B  
   又要求为偶数，且初始值为0，  
   “”中依次加2可保证其为偶  
   故选D

9.D

1. ，  
   首先曲线、统一为一三角函数名，可将用诱导公式处理．  
   ．横坐标变换需将变成，  
   即  
   ．  
   注意的系数，在右平移需将提到括号外面，这时平移至，  
   根据“左加右减”原则，“”到“”需加上，即再向左平移．

10.A

1.   
   设倾斜角为．作垂直准线，垂直轴  
   易知  
     
   同理，  
     
   又与垂直，即的倾斜角为  
     
   而，即．  
     
   ，当取等号  
   即最小值为，故选A

11.D

1. 取对数：.  
     
     
     
   则  
   ，故选D

12.A

1. 设首项为第1组，接下来两项为第2组，再接下来三项为第3组，以此类推．  
   设第组的项数为，则组的项数和为  
   由题，，令→且，即出现在第13组之后  
   第组的和为  
   组总共的和为  
   若要使前项和为2的整数幂，则项的和应与互为相反数  
   即  
     
   →  
   则  
   故选A
2. 填空题
3. 
4.   
   ∴

14.

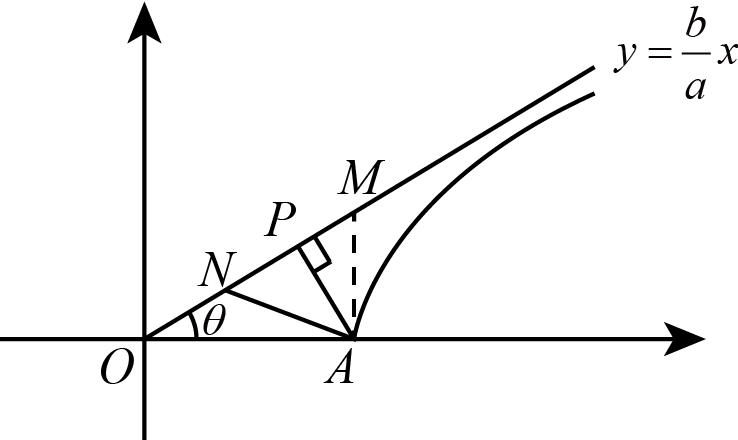
不等式组表示的平面区域如图所示  
学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!

由得，  
求的最小值，即求直线的纵截距的最大值  
当直线过图中点时，纵截距最大

由解得点坐标为，此时

15.

1. 如图，



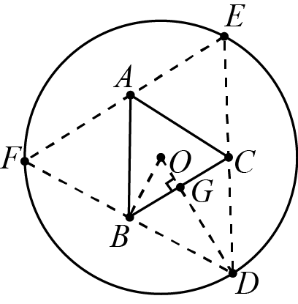
，  
∵，∴，

∴

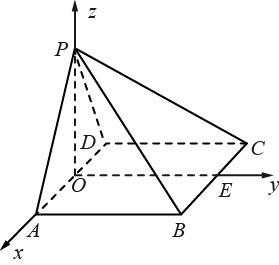
又∵，∴，解得

∴

16.

1. 由题，连接，交与点，由题，  
   ，即的长度与的长度或成正比  
   设，则，  
   三棱锥的高  
     
   则  
   令，，  
   令，即，  
   则  
   则  
   体积最大值为  
   
2. 解答题（必考题）
3. （1）面积.且  
     
     
   由正弦定理得，

由得.  
（2）由（1）得，  
  
  
又  
，，   
由余弦定理得 ①  
由正弦定理得，  
 ②  
由①②得  
，即周长为

**18.**（1）证明：∵  
∴，  
又∵，∴  
又∵，、平面  
∴平面，又平面  
∴平面平面  
（2）取中点，中点，连接，  
∵学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!  
∴四边形为平行四边形  
∴学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!  
由（1）知，平面  
∴平面，又、平面  
∴，  
又∵，∴  
∴、、两两垂直  
∴以为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系  
设，∴、、、，  
∴、、  
设为平面的法向量  
由，得  
令，则，，可得平面的一个法向量  
∵，∴  
又知平面，平面  
∴，又  
∴平面  
即是平面的一个法向量，  
∴  
由图知二面角为钝角，所以它的余弦值为

19.（1）由题可知尺寸落在之内的概率为，落在之外的概率为．由题可知（2）（i）尺寸落在之外的概率为，

由正态分布知尺寸落在之外为小概率事件，

因此上述监控生产过程的方法合理．（ii）  
 ，需对当天的生产过程检查．因此剔除剔除数据之后：． 

20.（1）根据椭圆对称性，必过、  
又横坐标为1，椭圆必不过，所以过三点  
将代入椭圆方程得  
，解得，  
∴椭圆的方程为：．  
（2）当斜率不存在时，设  
  
得，此时过椭圆右顶点，不存在两个交点，故不满足．  
当斜率存在时，设  
  
联立，整理得  
，  
则  
  
又  
，此时，存在使得成立．

∴直线的方程为

当时，  
所以过定点．

21.（1）由于  
故  
当时，，．从而恒成立．  
在上单调递减  
当时，令，从而，得．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | 单调减 | 极小值 | 单调增 |

综上，当时，在上单调递减；

当时，在上单调递减，在上单调递增

（2）由（1）知，

当时，在上单调减，故在上至多一个零点，不满足条件．  
当时，．  
令．  
令，则．从而在上单调增，而．故当时，．当时．当时  
若，则，故恒成立，从而无零点，不满足条件．  
若，则，故仅有一个实根，不满足条件．  
若，则，注意到．．  
故在上有一个实根，而又．  
且．  
故在上有一个实根．  
又在上单调减，在单调增，故在上至多两个实根．  
又在及上均至少有一个实数根，故在上恰有两个实根．  
综上，．

1. 解答题（选考题）

22.（1）时，直线的方程为．  
曲线的标准方程是，  
联立方程，解得：或，  
则与交点坐标是和  
（2）直线一般式方程是．  
设曲线上点．  
则到距离，其中．  
依题意得：，解得或

23.（1）当时，，是开口向下，对称轴的二次函数．  
，

当时，令，解得

在上单调递增，在上单调递减  
∴此时解集为．  
当时，，．  
当时，单调递减，单调递增，且．  
综上所述，解集．  
（2）依题意得：在恒成立．  
即在恒成立．  
则只须，解出：．  
故取值范围是．